ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 3 SEPTEMBRE 1934.

PRÉSIDENCE DE M. Louis MANGIN.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le Secrétaire perpétuel dépose sur le bureau deux volumes intitulés : Sophus Lie. *Gesammelte Abhandlungen*. Erster Band. *Geometrische Abhandlungen*. Erste Abteilung, herausgegeben von Friedrich Engel und Poul Heegaard; *Anmerkungen zum ersten Bande*, herausgegeben von Friedrich Engel und Poul Heegaard.

CORRESPONDANCE.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur une extension de la notion d'équation différentielle*. Note [1] de M. S. K. Zaremba, transmise par M. Élie Cartan.

Tout ce qui suit se rapporte à un plan que nous supposerons choisi une fois pour toutes. Nous appellerons *pinceau de droites* tout ensemble de droites passant par un point (que nous appellerons le *sommet* du pinceau) et correspondant d'une façon continue et univoque aux nombres d'un intervalle fermé. Si le pinceau de droites contient toutes les droites du plan qui passent par son sommet, nous l'appellerons *complet*; dans le cas contraire il sera dit *incomplet*.

Nous appellerons *champ* (N) toute fonction faisant correspondre à tout

(1) Séance du 27 août 1934.

point d'une région du plan [que nous appellerons la *région* du champ (N) respectif] un pinceau de droites ayant ce point pour sommet, la correspondance en question étant supérieurement semi-continue par rapport à l'inclusion ([1]). Les points de la région du champ (N) où le pinceau de droites est complet seront dits *singuliers*, les autres *réguliers*. L'ensemble des points singuliers d'un champ (N) est donc fermé par rapport à la région de ce champ; au contraire, l'ensemble des points réguliers est ouvert par rapport à la même région.

Un arc simple ou orbe de Jordan sera dit *caractéristique* d'un champ (N) s'il est situé dans la région de ce champ et si en chacun de ses points son paratingent ([2]) est contenu (au sens large, bien entendu) dans le pinceau de droites de ce champ au même point. Nous désignerons finalement par le nom d'*équation au paratingent* déterminée par un champ (N) la condition à laquelle doivent satisfaire les arcs simples et les orbes de Jordan pour être des caractéristiques de ce champ.

En leur appliquant la notion de distance paramétrique ([3]), nous remarquerons que les arcs simples et les orbes de Jordan situés dans le plan forment un espace ($\mathcal{D}$) de M. Fréchet ([4]). On démontre facilement qu'un arc étant la limite d'une suite de caractéristiques d'un champ (N), à condition d'être contenu dans la région de ce champ, est encore une caractéristique de celui-ci. Tout arc de caractéristique dont tous les points, les extrémités y comprises, sont des points réguliers du champ (N) considéré, est évidemment rectifiable. Considérons donc relativement à un champ (N) quelconque l'ensemble des caractéristiques ayant une longueur fixe suffisamment petite et passant par un point régulier arbitrairement choisi à l'intérieur de la région de ce champ; cet ensemble sera fermé. La même remarque s'applique à l'ensemble des points situés sur ces caractéristiques.

Il est clair que si les pinceaux de droites d'un champ (N) sont contenus dans les pinceaux respectifs d'un autre champ (N) dont la région contient celle du champ primitif, les caractéristiques de celui-ci figurent toutes parmi celles du second champ. D'ailleurs, si un champ (N) est continu et

---

([1]) Cf. par exemple G. Bouligand, *Introduction à la géométrie infinitésimale directe*, Paris, 1932, p. 75.

([2]) *Loc. cit.*, p. 72.

([3]) Voir, par exemple, W. Wilkosz, *Les propriétés topologiques du plan euclidien*, p. 50-51, Paris, 1931.

([4]) Cf. M. Fréchet, *Les espaces abstraits*, Paris, 1928, p. 60 et suiv.

si son pinceau de droites ne se réduit en aucun point à une seule droite, nous obtenons par des procédés élémentaires une infinité de caractéristiques de ce champ qui passent par un point régulier arbitrairement choisi à l'intérieur de sa région; il suffit pour cela de construire des lignes polygonales appropriées.

Nous allons maintenant démontrer, pour un champ (N) absolument quelconque, l'existence d'une caractéristique au moins passant par n'importe quel point régulier pris à l'intérieur de la région de ce champ. A cet effet, en nous appuyant sur des considérations analogues à celles qui servent à démontrer le théorème de Baire sur les fonctions semi-continues, nous remarquerons la possibilité de former une suite de champs (N) tendant vers le champ donné, telle que la remarque précédente puisse être appliquée à chaque champ de cette suite et que le pinceau de droites de chaque champ de la suite considérée contienne en chaque point le pinceau correspondant du champ suivant de la même suite. Formons la famille des ensembles de toutes les caractéristiques de chaque champ de la famille considérée passant par le point initial donné et ayant une longueur fixe, supposée suffisamment petite. D'après ce que nous avons vu précédemment, on peut appliquer à cette famille le théorème de Cantor (généralisé). On en déduit l'existence d'un élément au moins commun à tous les ensembles de la famille mentionnée. Or un tel élément est une caractéristique du champ primitivement considéré.

Nous appellerons *arcs sans contact* d'un champ (N) les arcs simples de Jordan contenus dans la région de ce champ et tels que leur paratingent n'ait en aucun point des éléments communs avec le pinceau de droites du champ considéré. Soit P un point régulier arbitrairement choisi à l'intérieur de la région d'un champ (N) quelconque. Par le point P il passe évidemment une infinité d'arcs sans contact (s). Si deux arcs de caractéristiques admettent le point P pour extrémité commune, tout en étant situés de deux côtés différents de l'un quelconque des arcs (s), la réunion des deux arcs considérés donne encore une caractéristique.

On en déduit que le lieu géométrique des points situés sur les caractéristiques passant par le point P est limité dans le voisinage de ce point par deux caractéristiques (qui ne sont pas forcément distinctes). Sur l'un quelconque des arcs (s) distinguons deux directions, que nous appellerons respectivement *ascendante* et *descendante*. Alors l'une des deux caractéristiques que nous venons de mentionner pourra être appelée *supérieure* et l'autre *inférieure*. La caractéristique supérieure issue du point P est la

limite de la caractéristique supérieure issue d'un point tendant vers P en descendant sur l'arc (s) considéré. La caractéristique inférieure jouit, bien entendu, d'une propriété analogue.

Nous voyons donc que les caractéristiques des équations au paratingent possèdent des propriétés descriptives entièrement analogues à celles des caractéristiques des équations différentielles. Celles-ci, comme on le voit immédiatement, peuvent être considérées comme un type particulier d'équations au paratingent, correspondant au cas des champs (N) dont le pinceau de droites se réduit en chaque point à une seule droite.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur un principe général de l'Analyse.* Note [1] de M. **Rolf Nevanlinna**, présentée par M. Gaston Julia.

1. Dans une Note précédente, j'ai indiqué quelques propriétés de la mesure harmonique d'un ensemble α_z de points par rapport à un domaine G_z admettant ces points comme points frontières; notamment celle-ci que la mesure harmonique reste invariable par une transformation conforme et biunivoque de l'intérieur de G_z. Cette propriété ne subsiste plus, en général, si l'on transforme G_z par une fonction multivalente $w(z)$, méromorphe à l'intérieur de ce domaine.

Soit G_w le domaine simplement couvert du plan des w dont les points correspondent aux points de G_z par la relation $w = w(z)$; admettons que G_w ne comprenne pas le plan entier et désignons par Γ_w sa frontière.

Soient, d'autre part, α_z un ensemble de points situés sur la frontière Γ_z de G_z et ξ un point accessible quelconque de α_z; nous désignerons par $A(\xi)$ le domaine d'indétermination de la fonction $w(z)$ au point de ξ et nous admettrons que les points d'un domaine $A(\xi)$ quelconque fassent tous partie d'un ensemble donné α_w, situé sur la frontière Γ_w de G_w.

Cela posé, on peut affirmer que *la mesure harmonique de l'ensemble α_w par rapport à G_w est au moins égale à la mesure harmonique de α_z par rapport à G_z.*

Ce principe, dont nous avions déjà indiqué un cas spécial [2], comprend plusieurs théorèmes connus de la théorie des fonctions (principe de

---

[1] Séance du 9 juillet 1934.

[2] *Ueber beschränkte analytische Funktionen* (*Commentationes in honorem Esnesti Leonardi Lindelöf*, 1930, p. 28).

Lindelöf, théorème sur les deux constantes, théorème de Phragmén-Lindelöf, les extensions du lemme de Schwarz données par MM. Julia et Löwner). Indiquons-en ici quelques conséquences ultérieures :

1° *Extensions des théorèmes de Liouville et de Picard.* — Soient $w(z)$ une fonction uniforme et méromorphe à l'intérieur d'un domaine G_z et E_w l'ensemble des valeurs w que $w(z)$ ne prend pas dans G_z. Alors, si la frontière Γ_z de G_z est constituée par un ensemble de points de mesure harmonique nulle (sens absolu), tandis que l'ensemble E_w a une mesure harmonique positive, $w(z)$ se réduit à une constante.

2° *Extension des théorèmes de Fatou et de Riesz sur les valeurs limites des fonctions bornées.* — Γ_z et E_w ayant les mêmes significations que ci-dessus, supposons que ces ensembles soient tous les deux de mesure harmonique positive. Dans cette hypothèse, on peut affirmer que la fonction $w(z)$ admet une valeur asymptotique en tout point accessible ξ du contour Γ_z, sauf au plus pour un ensemble (ξ) de mesure harmonique nulle par rapport à G_z.

Si la fonction $w(z)$ n'est pas constante ses valeurs limites correspondant aux points ξ forment un ensemble de mesure harmonique positive.

3° Soit, dans les hypothèses de n° 2°, α_z un ensemble de points du contour Γ_z, de mesure harmonique positive par rapport à G_z. Supposons que les valeurs limites $w(\zeta)$ correspondant aux points accessibles ζ de α_z fassent partie d'un ensemble fermé α_w du plan des w, et désignons, s'il en existe, par $\overline{G_w}$ l'un des domaines qui reste lorsqu'on exclut du domaine G_w les points α_w.

Cela étant il résulte de notre principe que la mesure harmonique de l'ensemble α_w par rapport à $\overline{G_w}$ est au moins égale à la mesure harmonique de α_z par rapport à G_z. Si, en particulier, α_z est de mesure 1, il en est de même de l'ensemble α_w; celui-ci comprend alors tout point du contour Γ_w de G_w.

4° Divisons l'ensemble α_z, que nous supposerons maintenant fermé, en deux ensembles partiels α'_z et α''_z. Soient α'_w et α''_w deux ensembles fermés, compris dans α_w et admettons que, pour presque tous (sens harmonique), les points accessibles ζ de α'_z et de α''_z, les valeurs limites $w(\zeta)$ soient contenues respectivement dans α'_w et dans α''_w. Soit encore G_w un domaine défini comme au n° 3° et ayant sur sa frontière au moins un point de α'_w et de α''_w.

D'après notre principe, la limite supérieure m_z des minima de la mesure harmonique par rapport à G_z de l'ensemble α_z sur les différentes courbes

joignant les ensembles α'_z et α''_z à l'intérieur de G_z, est au plus égale à la limite supérieure m_w des minima de la mesure harmonique par rapport à $\overline{G}_w$ de l'ensemble α_w sur les courbes joignant α'_w et α''_w dans $\overline{G}_w$.

Supposons, en particulier, que la distance sphérique entre les ensembles α'_z et α''_z soit nulle. Alors $m_z = 1$, et l'on aura donc également $m_w = 1$. Il s'ensuit que, ou bien la distance des ensembles α'_w et α''_w s'annule, ou bien l'un de ces ensembles, soit α''_w, comprend un ensemble continu qui sépare l'autre ensemble α'_w de presque tous les points de la frontière du domaine G_w, extérieurs aux ensembles α'_w et α''_w.

Le second cas se présente, par exemple, pour la fonction

$$w = e^z \quad (z = x + iy),$$

si l'on prend comme domaine G_z l'aire limitée par les points $x = -1\,(\alpha'_z)$, les points $x = 0$, $y \geq 0\,(\alpha''_z)$ et les points $x = 1$. Le domaine G_w est constitué par les points $1/e < |w| < e$, les ensembles α'_w et α''_w par les circonférences $|w| = 1/e$ et $|w| = 1$. Celles-ci ont une distance positive l'une de l'autre et, conformément au résultat ci-dessus, le cercle α''_w sépare α'_w des points $|w| = e$, qui appartiennent à la frontière de G_w.

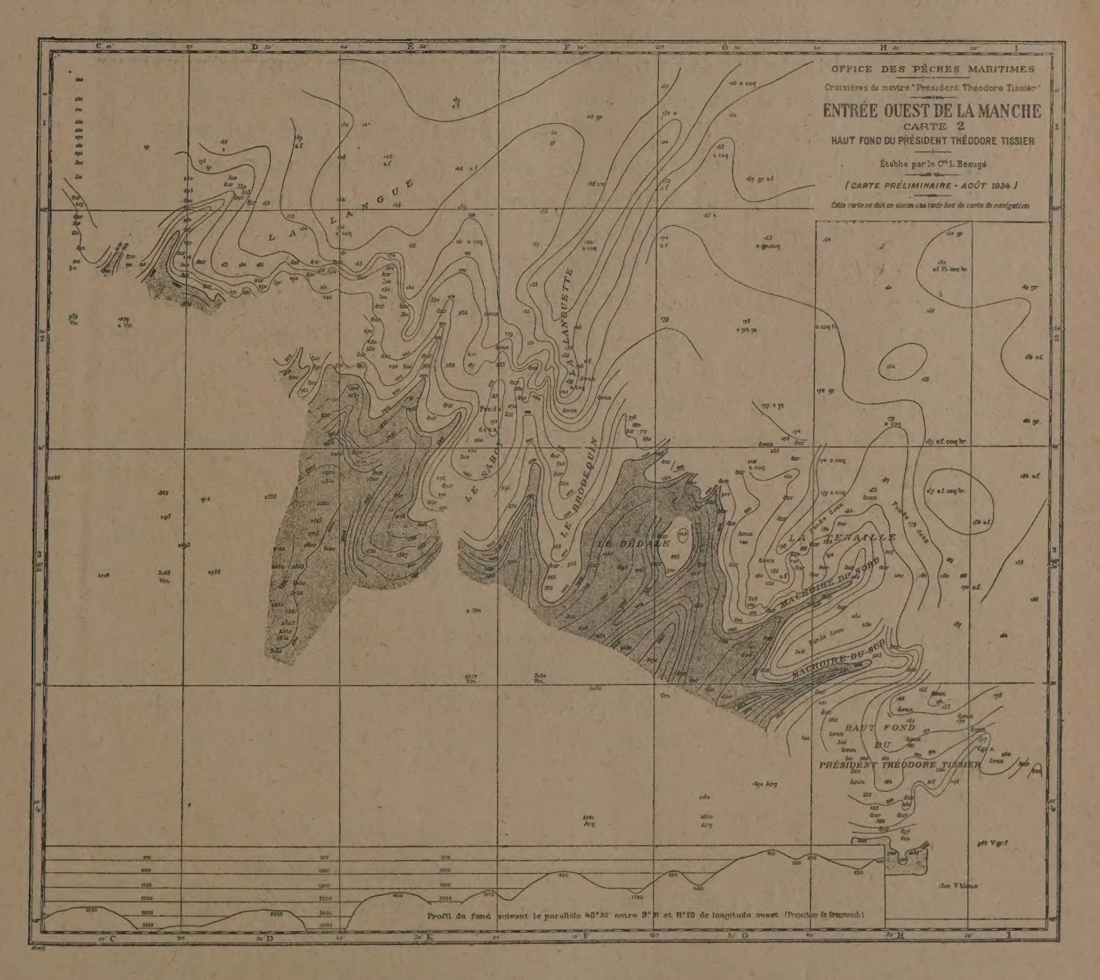
On voit immédiatement que le théorème de ce numéro comprend comme cas particulier le théorème connu de M. Lindelöf, d'après lequel une fonction uniforme, $w(z)$, qui tend vers deux limites différentes lorsque z tend vers un point ζ suivant deux courbes aboutissant en ce point, ne saurait rester bornée au voisinage de ζ.

OCÉANOGRAPHIE. — *Sur le relief du bord du plateau continental à l'ouest de l'entrée de la Manche.* Note de MM. **Ed. le Danois** et **L. Beaugé**, transmise par M. E. Fichot.

Le Plateau Continental européen forme à l'ouest de l'entrée de la Manche un vaste élargissement d'une profondeur inférieure à 200^{m} qui relie le sud de l'Irlande à la Bretagne. Au cours de recherches antérieures nous avons pu mettre en évidence une ligne d'anciens rivages, marquée par une série de fjords ayant la même orientation que les baies du sud-ouest de l'Irlande, telles que les baies de Bantry et de Dunmana. A certains de ces fjords font suite de véritables thalwegs qui révèlent les cours anciens de fleuves comme la Severn et la Seine qui arrosaient la plate-forme continentale quand elle était émergée.

Cette étude du relief s'arrêtait à 200^m, car au delà de cette profondeur les indications étaient rares et ne permettaient pas de déterminer le contour géographique réel de la pente atlantique.

Aussi, dès les premières croisières du navire de recherches de l'Office



des Pêches maritimes, grâce à l'outillage perfectionné dont est doté ce bâtiment, avons-nous tenté de préciser la configuration sous-marine du bord du plateau continental. Cette étude a été menée à bien tout particulièrement dans le secteur situé au sud des hauts-fonds de la Grande et de la Petite Sole, bien connus des chalutiers, et nous avons pu faire éditer une

carte de la pente atlantique entre le 9° et le 11° Ouest et le 48° et 49° Nord : ce document démontre de la façon la plus frappante la complexité du relief de la bordure continentale; de hautes falaises surplombent de véritables cãnons : nous avons donné quelques noms aux principaux accidents de terrain en usant de termes populaires, faciles à retenir pour les pêcheurs, tels que la Tenaille, le Brodequin, le Sabot, etc., mais parmi tous ces nouveaux hauts-fonds l'un d'eux mérite une mention spéciale par suite de sa très vaste étendue : entre les 48°,5 et 48°,20 de latitude nord et les 9°,20 et 9°,40 de longitude ouest, dans une région où sur les cartes marines ne figure aucune indication, s'étend un large banc sous-marin, couvrant une surface de plus de 150$^{\text{km}^2}$, dans sa partie placée à moins de 200$^{\text{m}}$ de profondeur; il constitue un large éperon du plateau continental, assez comparable par sa position au haut-fond dit de la Chapelle, situé plus à l'est. Le point culminant du nouveau banc atteint 148$^{\text{m}}$; sa pente très douce, son sol très égal en font un excellent fond de chalutage. Nous lui avons donné le nom du navire en l'appelant *Banc du Président Théodore Tissier*.

Le travail hydrographique qui a permis l'établissement de la carte a été entièrement réalisé à l'aide de l'appareil de sondage par le son Marti, avec enregistreur continu permettant une inscription de la profondeur toutes les cinq secondes. Cet appareil, dont l'écho est fourni par le choc d'un marteau frappant la coque du navire, a fourni des indications jusqu'à 1500$^{\text{m}}$ et même parfois jusqu'à 2000$^{\text{m}}$ sur fond dur. Pour les grandes profondeurs les échos étaient dus au choc sur la surface de la mer d'une balle de fusil Lebel tirée verticalement : ce procédé a permis des inscriptions au delà de 3500$^{\text{m}}$ Les résultats obtenus par le sondeur Marti ont été corroborés jusqu'à 1000$^{\text{m}}$ par les indications du sondeur par l'ultrason Langevin-Florisson.

OPTIQUE. — *Sur un nouveau dispositif interférentiel.*

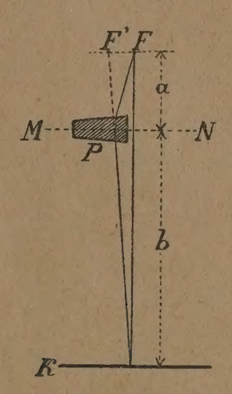
Note [1] de M. **Quirino Majorana**, transmise par M. Ch. Fabry.

Ce dispositif, d'une très grande simplicité, se compose d'une feinte F éclairée par une source monochromatique (raie verte du mercure) et d'un prisme P, ayant un angle réfringent très réduit (environ 1°). Sur l'écran K on observe des franges d'interférence d'un ordre R élevé, qui dépend de

[1] Séance du 27 juillet 1934.

l'épaisseur s de la base du prisme et de l'indice de réfraction de celui-ci, n. Si $s = 4^{mm}$, on a $R = 4000$, environ. Mais on peut se servir de prismes même de 10^{cm} d'épaisseur; R est alors beaucoup plus grand.

Le dispositif, qu'on peut appeler *monoprisme*, se distingue donc du biprisme, ou même des miroirs de Fresnel, ou du miroir de Lloyd, par la nécessité qu'il y a de se servir de lumière monochromatique et par l'ordre d'interférence de ses franges, qui n'est jamais nul. Un simple examen théorique du dispositif fait voir que, à cause de la petitesse de l'angle α du prisme, on peut admettre que l'angle de déviation δ, des rayons réfractés,



est constant et égal à $\alpha(n-1)$. Il résulte de là que les franges sont données par l'interférence entre deux faisceaux lumineux, qui proviennent l'un directement de la source et l'autre d'un point virtuel, qui n'est pas fixe, mais qui se trouve toujours sur un très petit arc de parabole (près du sommet de celle-ci) qui a son foyer en F et dont l'axe est incliné de l'angle δ, sur la direction de la bissectrice MN de l'angle réfringent du prisme. Mais, avec une très grande approximation, on peut admettre que cet arc, ou *caustique virtuelle de réfraction*, soit de longueur négligeable et que la source virtuelle soit fixe et située à gauche de F en F' à une distance $FF' = a\delta$, en désignant par a la distance de F au prisme. On en déduit alors que pour la longueur d'onde λ, si b est la distance de l'écran K au prisme, la distance d avec laquelle se succèdent les franges est, avec une certaine approximation, $\lambda(a+b)/a\alpha(n-1)$. Si $n=1,5$, $\alpha = 80'$, $a = 6^{cm}$, $b = 80^{cm}$, $\lambda = 5460$ Å, on a $d = 0^{cm},07$, environ. On peut régler à volonté, comme il a été déjà dit, l'ordre d'interférence de la première frange visible, en choisissant convenablement l'épaisseur du prisme.

Ce dispositif permet d'exécuter toute mesure d'indice de réfraction des gaz, en le plaçant dans un tube dans lequel on peut introduire le gaz étudié sous des différentes pressions. Si le prisme a une épaisseur d'environ 10^{cm}, on peut observer, pour l'air et pour une variation de pression d'une atmosphère, le passage d'une cinquantaine de franges. La précision et la simplicité de l'appareil recommandent l'usage de cette méthode de mesure.

On peut aussi se servir du dispositif pour l'observation de l'effet Doppler. Dans ce but il faut encore disposer d'un prisme épais; la source mobile peut être réalisée en visant presque tangentiellement un disque blanc tournant, éclairé par la lampe à mercure, comme dans une expérience de MM. Fabry et Buisson; ou bien, en se servant de miroirs mobiles ou de petits arcs à mercure tournants comme j'ai fait moi-même autrefois.

On peut encore se servir du dispositif pour examiner si la propagation de la lumière dans le vide est influencée par les conditions de mouvement ou de repos de la source. Pour exécuter cette recherche, je fais tomber sur le dispositif la lumière de l'arc à mercure, réfléchie par des miroirs se déplaçant avec une vitesse d'environ 25^{m} par seconde, le dispositif et les miroirs étant placés dans le vide le plus parfait. De cette manière l'un des rayons se propage dans le vide, tandis que l'autre traverse le prisme qui peut avoir une épaisseur quelconque. S'il y avait une différence entre les deux vitesses de propagation des deux rayons, on aurait dû observer quelque déplacement des franges quand on inverse le mouvement des miroirs; mais je n'ai rien observé de semblable. La recherche aurait eu un certain intérêt, à cause des récentes et remarquables observations astronomiques de M. Salet; mais son résultat négatif ne donne, pour le moment, aucun élément à faveur ou contraire au principe de la constance de la vitesse de la lumière dans le vide.

Le dispositif peut être employé dans nombre d'autres recherches que je me dispense d'indiquer. En tout cas, il se recommande par sa grande simplicité, comme j'ai déjà dit, et aussi par la facilité de son montage, par sa légèreté, sa rigidité et son indéformabilité.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Précipitation rythmique de chromate d'argent dans la cellophane.* Note de M. **Jean Ratelade**, présentée par M. Delépine.

1. Sur l'ouverture d'une petite éprouvette de 5^{cm} de haut sur 3^{cm} de diamètre, on dispose un bouchon de liège fendu en deux, dans lequel est prise une lame de cellophane d'environ 4^{cm} sur 2^{cm}, de manière que son extrémité inférieure plonge dans une solution de nitrate d'argent à $8^{g},5$ pour 100^{cm^3}, occupant une faible hauteur au fond de l'éprouvette. La cellophane a été préalablement lavée à l'eau, puis imprégnée d'une solution de chromate de potassium à $0^{g},5$ pour 100^{cm^3}, essorée rapidement entre des doubles de papier filtre et séchée sous tension. La plus grande dimension de l'éprouvette est choisie dans la direction de l'étirement à la fabrication.

2. Dans ces conditions il se développe rapidement, dans la partie de la lame située au-dessus de la solution de nitrate d'argent, des bandes rougeâtres de chromate d'argent parallèles à la surface du liquide et résolubles, comme nous l'avons signalé antérieurement [1], en petites taches elliptiques de grand axe parallèle à la direction d'étirement de la cellophane. L'écart qui sépare deux bandes consécutives croît rapidement à mesure qu'on s'éloigne de la solution de nitrate d'argent ; mais, à partir d'un certain niveau, les bandes disparaissent et il ne reste plus que les taches.

3. Au lieu de laisser le phénomène se développer dans l'air de l'éprouvette, on achève de remplir celle-ci avec un liquide non miscible à l'eau tel que huile de vaseline, hexane, heptane, on constate que le niveau atteint au bout d'un certain temps par les bandes dans la lame de cellophane est inférieur à ce qu'il était lorsque la partie de la lame non immergée dans la solution de nitrate se trouvait dans l'air, comme le montrent les nombres ci-dessous relatifs à une ascension d'une durée de quatre jours :

Air	$15^{mm},5$	Huile	$9^{mm},5$
Hexane	$9^{mm},5$	Heptane	$9^{mm},0$

Les taches elliptiques sont beaucoup plus fines. Si au moyen d'un microscope muni d'un oculaire micrométrique, on étudie quantitativement

(1) A. Boutaric et J. Ratelade, *Comptes rendus*, 196, 1933, p. 692.

la distribution des bandes dans la lame lavée et séchée, on constate que l'écart Δ entre deux bandes consécutives croît beaucoup plus lentement lorsque la lame se trouve dans un des liquides envisagés que lorsqu'elle se trouve dans l'air. Pour faire passer Δ d'une valeur Δ_1 à une valeur Δ_2, il faut faire défiler sous le microscope un nombre de bandes plus grand pour les essais menés dans les milieux liquides considérés que pour ceux menés dans l'air. Le tableau ci-dessous donne les nombres de bandes correspondant dans l'air et dans chaque liquide à une variation $\Delta_2 - \Delta_1$; les nombres placés sur une même ligne appartiennent à des essais menés parallèlement.

	Nombre de bandes dans				
$\Delta_2 - \Delta_1$	l'air.	l'huile.	l'hexane.	l'heptane.	la paraffine.
μ μ 38–21	17	170	–	–	–
21–15	16	–	73	100	–
25–21	8	–	–	–	45

Dans une autre série d'expériences on a recouvert d'une mince couche de paraffine la partie de la lame de cellophane qui est dans l'air, de manière que la paraffine s'arrête à quelques millimètres de la solution de nitrate d'argent. Dans la partie comprise entre la solution et la paraffine on observe des bandes dont l'écart croît rapidement; au niveau de la paraffine les bandes se resserrent puis leur écart recommence à croître dans la partie recouverte de paraffine mais bien plus lentement que dans l'air.

En appliquant la loi de M^lle S. Veil [1] sur la distribution des bandes,

$$\sqrt{\Delta} = aN + b,$$

N étant le numéro d'ordre de la bande considérée, a, b, deux coefficients, on voit que la présence d'huile de vaseline, d'hexane, d'heptane, de paraffine diminue la valeur du coefficient a. Les droites obtenues en portant N en abscisses et $\sqrt{\Delta}$ en ordonnées font un angle plus faible avec l'axe des abscisses que les droites correspondant aux essais dans l'air.

4. Lorsqu'on arrête un essai fait dans l'air, on remarque que toute la partie de la lame comprise entre la solution de nitrate d'argent et le bouchon est gonflée d'eau. Au contraire, au cours des essais faits dans l'huile de vaseline, l'hexane, etc., l'humidité ne monte pas plus haut que les bandes de précipitation. Par des expériences directes nous avons étudié l'ascension de l'eau pure dans des lames de cellophane plongeant dans l'air

(1) S. Weil, *Comptes rendus*, **191**, 1930, p. 611.

et dans l'huile de vaseline. On pouvait reconnaître la limite atteinte par le gonflement dans la lame, l'expérience terminée, en la plongeant dans une solution alcoolique d'un colorant colloïdal (Brun diamine M); la cellophane sèche ne se teint pas dans une telle solution; la cellophane humidifiée s'y teint, au contraire, parfaitement. Par ce procédé, on constate que pour une lame de cellophane plongeant dans l'eau pure par sa partie inférieure, le gonflement s'étend à toute la partie de la lame comprise entre l'eau et le bouchon, lorsque la partie non immergée se trouve dans l'air et s'arrête beaucoup plus bas lorsque l'eau est recouverte d'huile de vaseline. Ainsi lorsque la solution de nitrate d'argent est recouverte d'huile de vaseline, le nitrate diffuse dans la cellophane en même temps que l'eau; lorsque la solution de nitrate n'est pas recouverte d'un liquide non miscible à l'eau, la vapeur d'eau contenue dans l'atmosphère de l'éprouvette humidifie la cellophane et le nitrate diffuse dans une lame gonflée d'eau; sa vitesse de diffusion est alors plus grande, comme on peut s'en assurer par des expériences directes.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur les phényltolyl- et les ditolylsulfinones.* Note de MM. **Charles Courtot** et **Joseph Frenkiel**, présentée par M. M. Delépine.

Nous avons réalisé la synthèse des diverses phényltolyl- et ditolylsulfinones, en variant la méthode suivant les cas, parce que, si la méthode d'oxydation des sulfures est jusqu'ici la plus générale, elle manque de commodité pour de nombreux termes et la méthode magnésienne lui est quelquefois préférable, alors que la méthode au chlorure d'aluminium paraît être celle qui donne les rendements les meilleurs.

I. *Méthode au chlorure d'aluminium.* — Pour accéder à l'orthotolylphénylsulfinone ainsi qu'à la métatolylphénylsulfinone, nous avons employé la méthode qui nous a précédemment servi à la préparation de la paratolylphénylsulfinone [1]. C'est-à-dire que nous avons fait respectivement l'orthosulfichlorure et le métasulfichlorure du toluène et nous les avons condensés avec le benzène, en présence de chlorure d'aluminium.

L'orthotolylsulfichlorure est obtenu par réduction du sulfochlorure correspondant

---

[1] Ch. Courtot et P. Chiffert, *Comptes rendus*, **194**, 1932, p. 986.

au moyen du zinc et transformation de l'acide sulfinique formé en sulfichlorure par un excès de chlorure de thionyle.

Le métatolylsulfichlorure est synthétisé par action de l'anhydride sulfureux sur le diazo de la métatoluidine et action de Cl^2SO sur l'acide sulfinique.

Le passage du composé diazoïque à l'acide sulfinique a été réalisé avec un rendement de 90 pour 100, en ayant soin de faire agir l'anhydride sulfureux très rapidement et à basse température ([1]).

L'orthotolylphénylsulfinone se présente comme un liquide incolore, susceptible de longue surfusion (9 mois). Elle bout à 220° sous 11^{mm} et cristallise en bâtonnets incolores $f=42°$. Oxydée par le perhydrol dans un mélange d'acide et d'anhydride acétique, elle conduit à la sulfone correspondante $f=81°$ ([2]).

La métatolylphénylsulfinone est restée liquide. Elle bout à 215° sous 12^{mm}. Oxydée dans les mêmes conditions que l'isomère précédent, elle engendre la *métatolylphénylsulfone*, non encore décrite, $f=109°$ fines aiguilles d'un blanc de neige, s'enchevêtrant très facilement.

Nous avons observé, dans ces synthèses, la formation d'une part de *l'orthotolyldiphénylthionium*, d'autre part du *métatolyldiphénylthionium* qui prennent naissance par une réaction précédemment étudiée ([3]).

L'ortho-para'-ditolylsulfinone est obtenue par condensation de l'orthotolylsulfichlorure avec le toluène, sous l'action de Cl^3Al. Elle bout à 210° sous 9^{mm}. Elle cristallise de l'éther de pétrole en petits prismes très brillants $f=90°$. *L'ortho-para'-ditolylsulfone*, jusqu'ici inconnue également, se présente en paillettes nacrées $f=60°$. Dans cette réaction il se produit *le chlorure d'ortho-para'-para''-tritolylthionium*, gros cristaux trapus $f=128°$ fixant facilement de l'eau en donnant des cristaux efflorescents.

II. *Oxydation de ditolysulfures.* — *a*. L'ortho-méta'-ditolylsulfure a été préparé selon les indications de Mauthner ([4]) par action du méta-tolylthiolate de sodium sur l'ortho-iodo-toluène. Oxydé par l'eau oxygénée à 50^{vol}, employée en quantité strictement théorique et à basse température, il peut conduire à l'*ortho-méta'-ditolylsulfinone*, liquide incolore $E=213°$

([1]) Tröger et Hille (*J. f. prakt. Chem.*, 71, 1905, p. 207) signalent la formation d'un colorant rouge et corrélativement d'un rendement très faible en acide sulfinique. Nous n'avons pas observé ces phénomènes dans nos conditions d'expérience.

([2]) Stone Weedon et Waters Doughty, *Am. Chem. Journ.*, 33, 1905, p. 421.

([3]) Ch. Courtot et Chiffert, *Comptes rendus*, 194, 1932, p. 986; Ch. Courtot et Tung, *Comptes rendus*, 197, 1933, p. 1227.

([4]) Mauthner, *Ber. deutsch. chem. Ges.*, 39, 1906, p. 3593.

sous 9^{mm}. Une oxydation plus poussée, par le perhydrol, engendre une sulfone nouvelle l'*ortho-méta'-ditolylsulfone*, paillettes ténues d'un blanc éclatant $f = 82°$ lorsqu'elle est recristallisée de l'éther de pétrole.

b. Le méta-para'-ditolylsulfure $f = 28°$ préparé par action du métatolylthiolate de sodium sur le para-iodo-toluène (1) et oxydé avec ménagement, conduit d'une part à la *méta-para'-ditolylsulfinone*, petites paillettes blanches $f = 72°$ et d'autre part, par oxydation avancée à la méta-para'-ditolylsulfone, petites aiguilles bien formées $f = 116°$, déjà décrite par Witt et Uermenyi (2).

III. *Méthode magnésienne.* — Jusqu'ici la méthode magnésienne a été uniquement utilisée pour la synthèse de sulfinones symétriques (3), bien qu'elle soit susceptible de conduire également à des sulfinones non symétriques.

Nous avons synthétisé de façon analogue l'ortho-ortho'-ditolylsulfinone et la méta-méta'-ditolylsulfinone. Les rendements sont respectivement de 26 et 17 pour 100. Il se produit, à côté, le sulfure correspondant en quantité appréciable 25 et 39 pour 100. Corrélativement, il y a formation de phénol et chose curieuse, dont nous donnerons l'interprétation ailleurs, on observe, dans le cas de la méta-méta'-ditolylsulfinone, un bromocrésol $f = 57°$ dont le dérivé benzoylé fond à 82° et qui semble identique à celui de Ralph C. Huston et James Hutchinson (4).

L'ortho-ortho'-ditolylsulfinone se présente en magnifiques cristaux à base losange, transparents $f = 121°$ lorsqu'on évapore lentement la solution dans l'éther de pétrole. Par refroidissement de cette même solution, ce sont de petits cristaux blancs qui se déposent.

La méta-méta'-ditolylsulfinone est un liquide $E = 215°$ sous 15^{mm}. Par oxydation, elle conduit à la méta-méta'-ditolylsulfone $f = 94°$ identique à celle préparée par Bogert et Mandelbaum.

La séance est levée à $15^h 15^m$.

A. Lx.

---

(1) Bourgeois (*Ber. deutsch. chem. Ges.*, **28**, 1895, p. 2325) a préparé ce corps par action du métabromotoluène sur le *p*-tolylthiolate de plomb.

(2) O. Witt et Uermenyi, *Ber. deutsch. chem. Ges.*, **46**, 1913, p. 299 et 306.

(3) Strecker, *Ber. deutsch. chem. Ges.*, **43**, 1910, p. 1131; Grignard et Zorn, *Comptes rendus*, **150**, 1910, p. 1177.

(4) *J. Am. Chem. Soc.*, **54**, 1932, p. 1504. Voir aussi Darzens et Lévy, *Comptes rendus*, **193**, 1931, p. 292.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE

Ouvrages reçus pendant les séances d'aout 1934.

La géométrie et les instruments d'optique, par l'amiral Violette. Paris, Berger-Levrault, 1934; 1 vol. 25cm,5.

Dix leçons d'astronomie, par E. Esclangon. Deuxième édition revue et corrigée Paris, Gauthier-Villars, 1934; 1 vol. 21cm.

Quelques remarques sur la théorie de l'électron magnétique de Dirac, par L. de Broglie. Extrait des *Archives des Sciences physiques et naturelles*, 5e période. vol. 15. Genève, Institut de physique de l'Université, 1933; 1 fasc. 23cm.

Les idées nouvelles introduites pour la mécanique quantique, par L. de Broglie. Extrait de l'*Enseignement mathématique*, nos 3-4, 32e année. Paris, Gauthier-Villars, 1933; 1 fasc. 25cm.

Sur la représentation des phénomènes dans la nouvelle physique, par L. de Broglie. Extrait de la *Revue de l'Université de Bruxelles*, no 3, février-mars-avril 1934. Bruxelles, Imprimerie médicale et scientifique, 1934; 1 fasc. 24cm,5.

Remarques sur la théorie de la lumière, par L. de Broglie. Extrait des *Mémoires de la Société royale des Sciences de Liége*, 3e série, tome XIX. Bruxelles, Marcel Hayez, 1934; 1 fasc. 25cm,5.

Gouvernement général de l'Afrique occidentale françaire. Service géologique. *Rapport annuel* 1933. Dakar, Grande Imprimerie africaine, 1934; 1 fasc. 27cm.

Carte d'ensemble du Gouvernement général de l'Afrique occidentale française, à l'échelle de 1/5000000e. Dakar, Service géologique de l'A. O. F., 1933; 1 planche 85cm × 65cm.

Gouvernement général de l'Afrique occidentale française. Service géologique. *Carte géologique du Bas-Dahomey* au 1/500000e, par A. Chermette et R. Prokopenko. *Notice explicative*, par A. Chermette. Dakar, Grande Imprimerie africaine, 1933; 1 fasc. 24cm,5 et une planche 48cm,5 × 42cm.

(*A suivre.*)